

БУРГАСКИ СВОБОДЕН УНИВЕРСИТЕТ
ЦЕНТЪР ПО ИНФОРМАТИКА И ТЕХНИЧЕСКИ НАУКИ

Утвърждавам:.....
/Декан, проф. д-р Р. Долчинков/

ПРОГРАМА
ЗА ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ

Специалност: **Софтуерно инженерство**

Степен на обучение: **Бакалавър**

Форма на обучение: **редовна и задочна**



Бургас

ПРОГРАМА

за държавен изпит за придобиване на висше образование по специалност
“Софтуерно инженерство” за образователно квалификационна степен
“Бакалавър”

Тема 1. Теория на множествата. Математическа логика

Операции с множества. Декартово произведение. Релации и функции. Съждителна логика. Предикатна логика Синтаксис и семантика. Логическа еквивалентност. Правилни съждения– логическо следствие, естествена дедукция, тавтологии. Булеви функции. Теорема на Бул.

Тема 2. Формални езици и граматика. Йерархия на Чомски. Регулярни изрази.

Тема 3. Крайни автомати. Недетерминирани и детерминирани крайни автомати. Автомати на Мили и Мур.

Литература:

1. Бойчева Св., Толева-Стоименова Ст., *Дискретна математика, теоретични основи на информатиката. Сиела, 2018, ISBN 978-954-28-2743-6*

Тема 4. Понятия и оператори в C++.

Променливи. Пресмятания. Оператори за вход и изход. Линейни алгоритми. Разклонени алгоритми: условен оператор и разширен синтаксис. Циклични алгоритми: оператори за повторение с параметър, предусловие и постусловие.

Тема 5. Процедури и функции в C++.

Процедури и функции, параметри и връщана стойност. Предаване на параметри по стойност и адрес. Област на действие на променливите. Локални и глобални променливи. Итерация и рекурсия.

Литература:

1. Минчев Д., *Програмиране, БСУ // ЕО: <https://e-learn.bfu.bg/course/view.php?id=854>*
2. Тодорова М., *Структури от данни и програмиране на C++. Сиела, 2012*

Тема 6. Конструирание на класове.

Капсулиране на данни. Интерфейс. Конструктори, деструктори, мутатори и функции за достъп. Наследяване на класове. Предефиниране на операции. Виртуални функции. Полиморфизъм и динамично свързване.

Литература:

1. Deitel P., H. Deitel, *C++ How to Program, Prentice Hall, 10/e, 2024.*
2. Донева Р., С. Гафтанджиева, *Обектно-ориентирано проектиране и програмиране: С примери на C++, УИ Паусий Хилендарски, 2020.*

Тема 7. Процеси

Процеси. Състояния на процесите. Управление на процесите. Методи за работа с процеси. Стартиране на дъщерен процес. Отпечатване на идентификаторите на процесите. Изчакване и прекратяване на дъщерен процес. Изпълнение и отпечатване на състоянието.

Тема 8. Комуникация между процеси

Методи за комуникация между процеси. Синхронизация на комуникацията между процесите. Файлове. Сигнали. Анонимни и именувани тръби. Опашка за съобщения. Споделена памет. Семафори. Сокети.

Литература:

1. Минчев Д., *Операционни системи, БСУ // ЕО:https://e-learn.bfu.bg/course/view.php?id=856*
2. Николов Л., *Операционни системи. Сиела, 2012.*

Тема 9. Мрежово програмиране.

Мрежови протоколи и създаване на сокети. Реализация на чат клиент-сървър посредством сокети. Имплементация на HTTP сървър.

Литература:

1. Минчев Д., *Мрежово програмиране, БСУ // ЕО:https://e-learn.bfu.bg/course/view.php?id=286*
2. Blum R., *C# Network Programming. Sybex. 200,2 ISBN: 978-0782141764*

Тема 10. Теория на алгоритмите.

Методи за сортиране. Сортиране за линейно време. Стекове, опашки и свързани списъци. Представяне. Операции. Графи и дървета. Видове графи. Двоично дърво и двоично дърво на търсене. Обхождане на графи и дървета. Алгоритми върху графи. Минимално покриващо дърво, най-кратки пътища в граф.

Литература:

1. *Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest and Clifford Stein Introduction to Algorithms, Fourth Edition, , ISBN: 9780262046305 Pub date: April 5, 2022*

Тема 11. Компютърна графика.

Алгоритъм на Брезенхам за изчертаване на отсечка и окръжност. Двумерни трансформации. Транслация, ротация мащабиране.

Литература:

1. *Компютърна графика, Динко Гичев, БСУ, 2006, ISBN-13 978-954-9370-34-8*

Тема 12. Конвейри.

Видове. Апаратна схема на конвейра. Харвардска архитектура. Структурни конфликти. Конфликти данни. Методи за предотвратяване. Реализация на суперконвейри. Характеристика на суперскаларните системи. Реализация на конвейри при INTEL 80x86. Особенности при конвейрите на G5. Конвейри при 64 битови процесори. Проблеми при реализацията.

Тема 13. Архитектура на паметта. Памет от тип КЕШ.

Управление на паметта. Видове. Сегментн, странично и сегментно-странично управление на паметта. Логически, линейни и физически адреси. Предварителен избор на инструкции. Изображение на реалната памет. Директно асоцииране на памети. Реализация. Кохерентност на КЕШ паметта.

Литература:

1. *Hennessy&Patterson, Computer Architecture, Morgan Kaufmann Publishers, Inc, California 1996*
2. *Englander, I., The Architecture of Computer Hardware and System Software, 3th Edition, John Wiley & Sons, Inc, 2003, ISBN 0-471-07325-3*

Тема 14. Локални мрежи

Характеристика и особености. Реализация и стандарти. Характеристика на комуникационните среди. Модулация на сигналите. Особености на мрежи с множествен достъп. Методи за достъп CSMA/CD. Особености. Оценка производителността на мрежи с метод за достъп CSMA/CD.

Тема 15. Интернет протокол (IP)

Адресиране и особености при IPv4. Адреси, маски, подмаски. Маршрутизация. Видове. Особености и реализация. Маршрутизационни таблици. Статично рутирание. Дистанционно векторно рутирание. Рутирание със следене състоянието на връзката. Основи на IPv6.

Тема 16. Основи на OSI модела

Основна концепция при създаване на модела. Предназначение на отделните слоеве. Основни функции на транспортен, мрежови, канален и физически слой на OSI модела. Съпоставка на OSI TCP/IP моделите.

Литература:

1. Comer, D. *Internetworking with TCP/IP V3, Windows Socket Version, Prentice Hall 2002.*
2. Comer, D. *Internetworking with TCP/IP V3, Unix Socket Version Prentice Hall 2002.*

Тема 17. Подход “бази от данни”. Моделиране на данните. Релационен модел на данните. Архитектура на система за управление на бази от данни (СУБД).

Независимост на данните. Видове модели.. Релационен модел на данните – основни понятия. Релационна схема. Първични, вторични и външни ключове. Представяне на връзки от вида 1:1, 1:M и M:N и мрежови структури. Средства за дефиниране и обработка на данните. Основни компоненти на СУБД.

Тема 18. Класификация на релационните езици.

SQL – език за описание и обработка на релационни бази от данни. Езици за дефиниране на данни (DDL) и за манипулиране на данни (DML). Обща структура на заявка за търсене на данни. Средства групиране на данните и работа с под-заявки. Заявки за изтриване, редактиране и добавяне на данни. Изгледи и функции в SQL. Видове функции.

Литература:

1. Coronel C., S. Morris, *Database Systems: Design, Implementation, & Management, Cengage Learning, 2018.*
2. *Бази данни - структура на базите данни, синтаксис на SQL и много примери, D.K.Academy, 2023.*
3. Ернандес М. Дж., *Проектиране на бази данни за простосмъртни, AlexSoft, 2021.*

Тема 19. Обща характеристика на софтуера, поддържащ приложения на Интернет на нещата.

Основи на контекстно-ориентирания софтуер. Видове контексти и категоризация. Жизнен цикъл. Модели и представяния.

Тема 20. Злонамерен софтуер.

Основни предизвикателства пред информационната сигурност. Вируси. Принципи на действие и методи на разпространение. Червеи. Троянски коне. Хакерски атаки – видове и методи на действие. Подслушване. Атаки, свързани с измами. Сканиране на портове. Програми – шпиони и реклами. Атаки, предизвикващи отказ на услуга.

Тема 21. Софтуер за защита.

Видове защитен софтуер. Антивирусни програми. Принципи и методи на действие. Защитни стени. Системи за откриване и предотвратяване на нарушения. Средства за наблюдение на

системата. Криптиране.

Литература:

1. Кландер Л., *Защита от хакери, СофтПрес, ISBN 954-685-055-1, 1999.*
2. Притам В., *Защитни стени и сигурност в Интернет, ДуоДизайн, 2005.*
3. Кинг Дж. Р., *Компютърна сигурност и защита: 5-минутни поправки, АлексСофт, 2006.*

Тема 22. Жизнен цикъл на софтуера.

Модели на жизнения цикъл и класификация на моделите. Парадигми и подходи за разработване на софтуер. Гъвкави техники за разработване на софтуер.

Тема 23. Оценка на качеството на софтуера.

Общи понятия. Модели. Измерване в софтуерното производство. Софтуерни метрики. Управление качеството на проект. Методология SEI CMM / CMMI.

Литература:

1. Ескенази А., Н. Манева, *Софтуерни технологии, КЛМН, София, 2006.*
2. Илиева С; В. Лилов; И. Манова, *Подходи и методи за реализация на софтуерни системи, УИ "Св. Климент Охридски", 2010*

Тема 24. Системи линейни уравнения. Уравнение на права в равнината

Системи линейни нехомогенни уравнения. Системи хомогенни уравнения. Методи на Крамер и Гаус. Уравнение на права в равнината.

Тема 25. Производна на функция на една реална променлива. Определен интеграл. Приложения на диференциалното и интегралното смятане.

Дефиниции. Правила за диференциране. Изследване на функции за монотонност, екстремуми, изпъкналост, вдлъбнатост, инфлексия. Формула на Нютон-Лайбниц. Интегриране по части и чрез смяна на променливите при определен интеграл. Приложения

Тема 26. Функция на две и повече променливи.

Дефиниция. Частни производни. Производна на сложна функция. Градиент. Производна по направление. Локални екстремуми на функция на много променливи.

Тема 27. Числени методи за решаване на нелинейни уравнения. Апроксимиране на функции. Числено интегриране.

Тема 28. Редове

Дефиниция. Степенни редове. Област и радиус на сходимост. Развитие на функции в степенни редове. Редове на Фурие.

Тема 29. Дискретни двумерни случайни величини.

Дискретна двумерна случайна величина. Маргинални разпределения. Условно разпределение. Условно математическо очакване и дисперсия.

Тема 30. Оптимизация на мрежи - задачи и модели.

Мрежов график. Мрежово и ПЕРТ представяне. Критичен път, характеристики. Алгоритъм.

Литература:

1. Е. Николова, *Лекции и упражнения по линейна алгебра и аналитична геометрия, ISBN 978-619-7126-35-8, 2017*
2. Георгиева П., *Векторни функции. Функции на повече променливи. Задачи +MatLab.*

Полиграф Бургас, 2017

3. *Георгиева П. В., Диференциално и интегрално смятане, Полиграф Бургас, 2017*
Георгиева П., Числени методи. Полиграф Бургас, 2016
4. *П. Георгиева, Е. Николова, Формули по висша математика - трето преработено и допълнено издание, Полиграф-Бургас, 2018*
5. *П. Петров, Е. Николова, Лекции и упражнения по теория на вероятностите и математическа статистика, Янита - ЯС, 2008*
6. *Р. Цончев, П. Петров, Е. Николова, Курс по количествени методи за икономисти и мениджъри, Издателство НБУ, 2010*

ПРИМЕРНИ ЗАДАЧИ ЗА ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ

1. Дискретна математика

Задача 1. Да се провери дали $(P \rightarrow Q) \rightarrow \sim P$ е тавтология.

Задача 2. Да се определят съществените и фиктивните променливи на функцията $f(x_1; x_2; x_3) = (10101010)$.

Задача 3. Да се опишат с езика на предикатната логика следните съждения:

- Всички са от Бургас
- Някой е от Бургас
- Не всеки е от Бургас

Задача 4. Да се построи формална граматика, пораждаща езика, описан от регулярния израз $(a + b)^*aaa$. Да се определи видът на граматиката.

Задача 5. Да се построи краен автомат, разпознаващ езика, описан от регулярния израз $111^*(1 + 0)$. Да се определи видът на крайния автомат.

Задача 6. Да се определи броят на двоичните функции с три двоични аргумента. Да се определи броят на стойностите, които може да има всяка двоична функция. Да се представи с полином двоичната функция с два аргумента, която има стойности $f(0; 0) = 0; f(0; 1) = 1; f(1; 0) = 1; f(1; 1) = 1$.

Задача 7. Дадено е множеството $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ и пермутацията върху неговите елементи $[1\ 0\ 4\ 8\ 7\ 5\ 9\ 2\ 3\ 6]$. Да се представи пермутацията като матрица и произведение от цикли. Да се дефинират класовете на еквивалентност, на които пермутацията разбива множеството A .

Задача 8. Дадена е машина на Тюринг с конфигурация $(00Y, S_2, Y10)$ и функция на прехода $\Delta(S_2, Y) = (S_3, 0, L)$. Да се дефинира следващата конфигурация. Функцията на прехода да се представи с краен ориентиран граф.

2. Задачи по програмиране

Задача 9. Да се въведат от текстовия файл **print.txt** марки и модели на принтери, като данните за всеки принтер (марка и модел) са на отделен ред, разделени с интервали.

а) Да се прочетат данните от файла и да се състави списък, съдържащ данните за принтерите, в който елементите са наредени лексикографски в низходящ ред спрямо марката на принтера.

б) Да се изведе броят на марките в списъка, от които има само един модел

в) Да се изведат в текстов файл всички елементи на списъка, подредени лексикографски във възходящ ред спрямо модела на принтера

Задача 10. Какво ще изведе на стандартния изход следната програма?

```
#include <iostream>
using namespace std;

void ex(int n) {
    if (n <= 0)
        return;
    cout<<n*n<<endl;
    ex(n-1);
    ex(n-2);
    cout<<n*n<<endl;
}

int f_i(int currentNumber, int
sum); int f(int number) {
    if(number == 0) return 1;
    return f_i(number, 1);
}

int f_i(int currentNumber, int sum) {
    if(currentNumber == 1) return sum;
    else return f_i(currentNumber - 1, sum*currentNumber);
}
```

```

}

int main()
{ ex(3);
  cout<< f(5)<<endl;

  system ("pause");
  return 0;
}

```

Задача 11. Да се допълни кодът на функцията **different**, така че да връща резултат **true**, ако масивът **a** с **n** на брой елементи се състои от различни елементи и **false** в противен случай. Да се допълни кодът на функцията **chetni**, така че да връща като резултат броя на четните елементи на нечетни индекси в масива **a** с **n** на брой елементи.

```

bool different (int a[], int
n) { bool b;

  int i=-1,
  j; do {

    i++;

    j=...;
    do {

      j++;

      b=(a[i]!=a[j]);

    } while (b && .....);

  } while (b && .....);
  return .....;
}

int chetni (int a[], int n)
{ int broi=0, i=..;

  while (i<n){

    if (. ....) broi++;

    i= .... ;

  }

  return.....;
}

```

Задача 12. Даден е следният програмен фрагмент на псевдокод: read (a, b)

```

// Намиране корените на линейно уравнение
if (a=0 and b=0) write ("Всяко число е решение")
if (a=0 and b!=0) write ("Няма решение")
if (a!=0) write (-b/a)

```

Да се изчислят следните софтуерни метрики:

- метрика за размера на програмата;
- метрика на Мак-Кейб за структурна сложност;
- метрика на Холстед за текстуална сложност.

Задача 13. Робот се движи в равнината изпълнявайки последователност от команди. Възможните команди са следните:

	Команда	Действие: роботът се премества
1	$x +$	от точка $(x; y)$ в точка $(x + 1; y)$

2	$x -$	от точка $(x; y)$ в точка $(x - 1; y)$
3	$y +$	от точка $(x; y)$ в точка $(x; y + 1)$
4	$y -$	от точка $(x; y)$ в точка $(x; y - 1)$
5	z	Край на въвеждане

Например, ако роботът започне движението си от точката $(0; 0)$, след изпълнението на последователността от команди $x + x + y + x + y - y -$ ще се окаже в точката с координати $(3; -1)$.

Да се напише програма, която по зададена начална точка $(x_0; y_0)$ и последователност от команди, намира крайната точка $(x_1; y_1)$, в която ще се окаже роботът, след изпълнението на тази последователност от команди. Входните данни се въвеждат от стандартния вход. Първият ред съдържа координатите x_0 и y_0 на началната точка, а вторият – последователността от команди. Не се предвижда грешка във входните данни.

Ограничения: броят на командите е не по-голям от 100, между отделните команди може да има произволен брой интервали, между буквите x и y и знаците $+$ и $-$ няма интервали. Координатите на крайната точка трябва да се изведат на стандартния изход. Единственият ред на стандартния изход трябва да съдържа двете числа x_1 и y_1 , разделени с интервал.

Примери:

Вход	Вход
0 0	100 200
$x + x + y + x + y - y -$	$y + x - x + y -$
Изход	Изход
3 -1	100 200

Задача 14. Даден е класът **Point**, описващ точка в равнината с данни координатите на точката x и y .

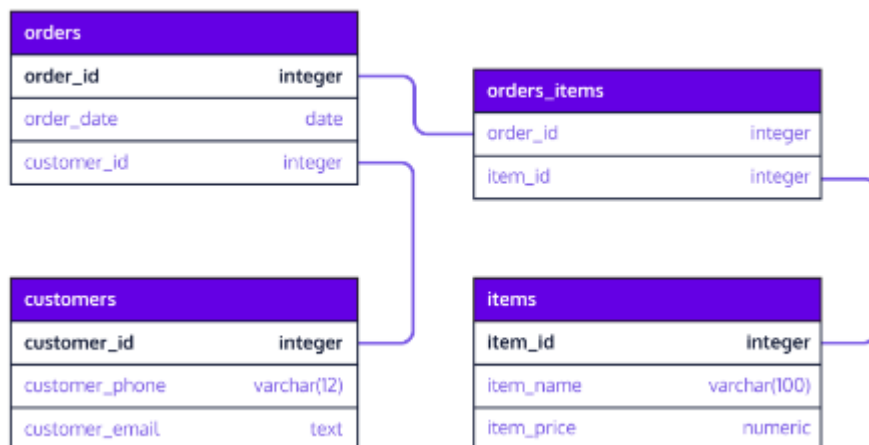
а) Да се създадат конструктор, деструктор, методи за задаване (set) и извличане (get) на данните на класа, както и подходяща функция за извеждане данните на екрана.

б) Да се напише клас Rectangle с данни 2 обекта от тип Point, които задават съответно долния ляв и горния десен ъгъл на правоъгълника. Класът да съдържа конструктор, деструктор, методи за задаване (set) и извличане (get) на данните на класа, както и функция за извеждане данните на екрана в подходящ вид.

в) Да се напишат методи за изчисляване на лицето и периметъра на правоъгълника.

3. Задачи по бази данни

Задача 15. Дадена е следната схема на база данни:



- 1) Да се напишат заявки за добавяне на 3 записа във всяка таблица.
- 2) Да се изведат всички клиенти, направили покупки в даден интервал от време.
- 3) Да се изведат всички покупки с техните елементи в низходящ ред на датата на поръчка.

4) Да се изведе най-често поръчваният артикул (item).

Задача 16. а) Да се реализира клас **Journal**, представляващ периодично издание. Всяко периодично издание се характеризира със заглавие (низ с произволна дължина), тип (В за вестник и С за списание), цена за 1 брой (положително дробно число) и брой издания за година (положително цяло число).

б) За класа **Journal** да се дефинират конструктор, деструктор и подходящи методи (set, get, print).

в) Да се реализира клас **Subscription**, който представлява абонамент за едно или повече периодични издания, описани чрез масив. За класа да се реализира подходящ конструктор.

г) Да се дефинира операторна функция +=, която добавя издание в масива.

д) Да се дефинира метод **calculatePrice(double X, double Y)**, който изчислява общата цена за годишен абонамент на всички издания в масива, с **X%** отстъпка за всяко от изданията, чиято обща годишна цена е над **Y** лева.

4. Задачи по операционни системи

Задача 17. (създаване на процеси в операционната система) Напишете програма на езика за програмиране **C** или **C++**, която да създава дъщерен процес посредством метода **fork**.

Родителския процес да изведе съобщение **“Parent Process #1”**, където **#1** е уникалният идентификатор (**pid**) на родителския процес. Дъщерният процес да изведе съобщение **“Child Process #2”**, където **#2** е уникалният идентификатор (**pid**) на дъщерния процес.

Задача 18. (създаване на мрежови сокети в операционната система) Обяснете какво прави следната програма на езика за програмиране **C**:

```
#include <netinet/in.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <sys/socket.h>
#include <unistd.h>
#define PORT 8080
int main(int argc, char const* argv[])
{
    int server_fd, new_socket;
    ssize_t valread;
    struct sockaddr_in address;
    int opt = 1;
    socklen_t addrLen = sizeof(address);
    char buffer[1024] = { 0 };
    char* hello = "Hello from server";
    if ((server_fd = socket(AF_INET, SOCK_STREAM, 0)) < 0) {
        perror("socket failed");
        exit(EXIT_FAILURE);
    }
    if (setsockopt(server_fd, SOL_SOCKET, SO_REUSEADDR | SO_REUSEPORT, &opt, sizeof(opt))) {
        perror("setsockopt");
        exit(EXIT_FAILURE);
    }
    address.sin_family = AF_INET;
    address.sin_addr.s_addr = INADDR_ANY;
    address.sin_port = htons(PORT);
    if (bind(server_fd, (struct sockaddr*)&address, sizeof(address)) < 0) {
        perror("bind failed");
        exit(EXIT_FAILURE);
    }
    if (listen(server_fd, 3) < 0) {
        perror("listen");
        exit(EXIT_FAILURE);
    }
}
```

```

if ((new_socket = accept(server_fd, (struct sockaddr*)&address, &addrlen)) < 0) {
    perror("accept");
    exit(EXIT_FAILURE);
}
valread = read(new_socket, buffer, 1024 - 1);
printf("%s\n", buffer);
send(new_socket, hello, strlen(hello), 0);
printf("Hello message sent\n");
close(new_socket);
close(server_fd);
return EXIT_SUCCESS;
}

```

5. Вероятности и статистика

Задача 19. Случайната величина ξ приема стойности 0, 1 и 2 с вероятности $P(0) = 0,1$, $P(1) = 0,4$ и $P(2) = 0,5$, а случайната величина η приема стойности 1 и 2 с вероятности $P(1) = 0,3$ и $P(2) = 0,7$. Двете случайни величини са независими.

- 1) Да се намери пораждащата функция на случайната величина ξ .
- 2) Да се намери пораждащата функция на случайната величина η .
- 3) Да се намери съвместното разпределение на вектора $(\xi; \eta)$.
- 4) Да се намери разпределението на случайната величина $\zeta = \xi + \eta$.

Задача 20. Случайните величини ξ и η имат съвместно разпределение, зададено със следната таблица:

	1	3	5
2	0,01	0,16	0,24
3	0,12	0,04	0,04
4	0,04	0,00	0,32

Стойностите на случайната величина ξ са 2, 3 и 4, а на случайната величина η са 1, 3 и 5.

- 1) Независими ли са случайните величини ξ и η ?
- 2) Да се запишат безусловните разпределения на случайните величини ξ и η .
- 3) Да се пресметне $E[\xi|\eta = 3]$.
- 4) Да се запише разпределението на случайната величина $E[\xi|\eta]$.
- 5) Да се пресметне $E[E[\xi|\eta]]$.

Задача 21. Пространството от елементарните събития Ω има 10 елемента и съответните им вероятности са: $P(\omega_1) = P(\omega_3) = 0,15$; $P(\omega_2) = P(\omega_6) = P(\omega_7) = 0,1$; $P(\omega_{10}) = 0,2$; $P(\omega_4) = P(\omega_5) = P(\omega_8) = P(\omega_9) = 0,05$. Дефинирани са следните събития: $A = \{\omega_1, \omega_3, \omega_9\}$, $B = \{\omega_2, \omega_7, \omega_{10}\}$, $C = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_7\}$, $D = \{\omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_8\}$.

- 1) Кои събития са несъвместими?
- 2) Има ли събития, които образуват пълна група?
- 3) Да се пресметнат вероятностите $P(C|B)$, $P(D|B)$.
- 4) Да се открият две независими събития.

Задача 22. Нека ξ_1 , ξ_2 и ξ_3 са три независими случайни величини с равни математически очаквания μ и дисперсии съответно $D[\xi_1] = D[\xi_2] = D[\xi_3] = \sigma^2$. Нека $\eta_1 = 2\xi_1 + \xi_2$ и $\eta_2 = \xi_2 + 3\xi_3$.

- 1) Да се пресметнат $E[\eta_1]$ и $E[\eta_2]$.
- 2) Да се пресметнат $D[\eta_1]$ и $D[\eta_2]$.
- 3) Да се пресметне корелационният коефициент на η_1 и η_2 .

6. Линейна алгебра

Задача 23. Да се реши хомогенната система:

$$\begin{cases}
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\
 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\
 x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 0 \\
 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0
 \end{cases}$$

Задача 24. Нека матрицата $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ е обратна на матрицата $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

- а) Да се намери A .
 б) Да се реши системата:

$$\begin{cases} (a_{11} + 6a_{21})x + (a_{11} + 2a_{12})y + a_{13}z = 1 \\ (a_{21} + 6a_{22})x + (a_{21} + 2a_{23})y + a_{23}z = 12 \\ (a_{31} + 6a_{32})x + (a_{31} + 2a_{33})y + a_{33}z = 1 \end{cases}$$

Задача 25. Да се намерят решенията на системата от линейни уравнения в зависимост от стойностите на параметъра λ .

$$\text{а) } \begin{cases} (1 - \lambda)x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + (1 - \lambda)x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + (1 - \lambda)x_3 = 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

7. Аналитична геометрия

Задача 26. Дадени са точките $A(1; -1)$, $B(5; 1)$ и $C(4; 3)$. Да се намери:

- а) лицето на триъгълника ΔABC .
 б) дължината на медианата през върха C на триъгълника ΔABC .
 в) дължината на височината през върха B на триъгълника ΔABC .
 г) косинусът от вътрешния ъгъл при върха A на триъгълника ΔABC .

Задача 27. Да се намерят уравненията на страните на триъгълника ΔABC и $\cos \sphericalangle BAC$, ако координатите на върха B са $(2; -7)$ и уравнението на височината през върха A е $h_a: 3x + y + 11 = 0$ и уравнението на медианата през върха C е $m_c: x + 2y + 7 = 0$.

Задача 28. Даден е ΔABC с върхове $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$ и $C(3; -2; 1)$. Да се намери:

- а) уравнението на равнината α на триъгълника ΔABC ;
 б) уравнението на медианата през върха B ;
 в) мярката на вътрешния ъгъл при върха B .

Задача 29. За ромба $ABCD$ са известни уравненията на страната $AB: x + 3y - 8 = 0$ и на диагонала $AC: 2x + y + 4 = 0$, а точката $P(-9; -1)$ лежи на правата CD . Да се намерят:

- а) координатите на върховете A , B , C и D ;
 б) лицето на ромба.

8. Редове

Задача 30. Да се изследва сходимостта на числовия ред:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \operatorname{tg}^6 \frac{\pi}{n} \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{7^n \cdot n^2} \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n-1}{5n+2}\right)^n$$

Задача 31. Да се намери редът на Маклорен за функцията $f(x) = \ln \left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ и да се определят радиусът и интервалът на сходимост за реда.

9. Функции

Задача 32. За функцията $f(x) = x^x$ да се намерят:

- а) производната $f'(x)$ б) границата $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ в) интервалите на монотонност на $f(x)$
 г) локалните екстремуми на $f(x)$ д) броят на решенията на уравнението $f(x) = a$ в зависимост от параметъра a .

Задача 33. Да се намери границата:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arcsin(x))^{\frac{2}{x}}$$

Задача 34. Нека за непрекъснатите в интервала $(2; 5)$ функции $f(x)$ и $g(x)$ е известно, че:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3} = 9 \quad \text{и} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)}{x-3} = 3.$$

Да се пресметнат:

- а) $f(3)$ и $g(3)$; б) границата $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)}$; в) производните $f'(x)$ и $g'(x)$.

Задача 35. Дадена е функцията, зависеща от параметъра a :

$$f_a(x) = \begin{cases} \frac{2x^2}{x^2+1} + ax, & x \geq 0 \\ \frac{x^3}{x^2+1}, & x < 0 \end{cases}$$

а) Да се определят стойностите на параметъра a , за които функцията $f_a(x)$ е диференцируема за всяко реално число x .

б) За стойностите на параметъра a , определени в а), да се изследва функцията $f_a(x)$ и да се построи нейната графика.

Задача 36. Нека $f(x) = \frac{x^3-16}{x}$ ($f(x) = \frac{x^2(x-2)}{(x+1)^2}$; $f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$).

а) Да се определят интервалите, в които функцията $f(x)$ монотонно расте и интервалите, в които тя монотонно намалява.

б) Да се намерят екстремумите на $f(x)$.

в) Да се определи къде функцията е изпъкнала и къде е вдлъбната. Да се намерят инфлексните й точки.

г) Да се намерят асимптотите на $f(x)$ и построи нейната графиката.

Задача 37. Нека Ω е областта, ограничена от графиките на функциите $y = x \cdot e^{2x}$; $y = x \cdot \ln x$ и $x = 1$. Да се намери границата $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln x$. Да се изобрази областта Ω и да се намери нейното лице.

Задача 38. Да се изобрази фигурата G , ако контурът ѝ е зададен с $l_1: y^2 = 3x$ и $l_2: y^2 = 4 - x$. Да се намери лицето на G .

Задача 39. Нека областта G е зададена от кривите k и l с уравнения $k: x = y^2$ и $l: x = 3 - 2y^2$.

а) Да се изобрази областта G и да се пресметне лицето ѝ.

б) Да се намери дължината на контура на областта G .

Задача 40. Да се определят локалните екстремуми на функцията $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy$, където a е положителен реален параметър.

Задача 41. Да се намери общото решение на диференциално уравнение $y'' + y' = x \cdot e^{2x} + \operatorname{tg} x$.

10. Изследване на операциите

Задача 42. Нека $X_1 = 0$, $X_2 = 150$, $X_3 = 0$ е оптималното решение на задачата:

$$\begin{aligned} \max L(x_1, x_2, x_3) &= 10x_1 + 20x_2 + 15x_3 \\ &\begin{cases} 0,2x_1 + 0,4x_2 + 0,3 \leq 60 \\ 0,3x_1 + 0,1x_2 + 0,5 \leq 25 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

а) Да се намери максималната стойност на целевата функция.

б) Да се запише двойствената задача и да се намери оптималната стойност на целевата функция на двойствената задача.

в) Решението на двойствената задача е $Y_1 = 50$, $Y_2 = 0$. Като се използва това решение, да се оцени могат ли да се променят коефициентите в целевата функция, без това да промени структурата на оптималното решение.

Задача 43. Дадена е мрежа с 8 точки и 10 дъги. Нека с $NAL(i)$ е означена наличността в точката i , за $i = 1, \dots, 8$ и $NAL(1) = 9, NAL(2) = 0, NAL(3) = 1, NAL(4) = 0, NAL(5) = 4, NAL(6) = -5, NAL(7) = -1, NAL(8) = -8$. Точките са свързани с ориентирани дъги, като $L(i, j)$ е цената на превоза на единица товар по дъгата (i, j) и $L(1, 2) = 0,8; L(1, 3) = 0,5; L(1, 4) = 1,5, L(2, 5) = 0,8; L(3, 6) = 0,75, L(4, 6) = 0,6; L(5, 7) = 0,5, L(6, 5) = 0,6; L(6, 7) = 1,2, L(6, 8) = 1,6$.

а) Да се изобрази мрежата. Балансирана ли е тя? Да се запишат балансовите уравнения за мрежата.

б) Да се формулира обобщената транспортна задача за тази мрежа и да се намерят минималните транспортни разходи.

Задача 44. Проект включва задания със следните характеристики:

Задание	Предходно задание	Време за изпълнение
A	–	*
B	A	7
C	A	9
D	C	11
E	B, C	9
F	D, E	12

а) Да се изобрази мрежов модел, който представя графично последователността на извършване на заданията.

б) Да се намерят всички пътища от началото до края на проекта. Кой от тях е критичния път?

в) За всяко задание да се намерят най-ранните и най-късните моменти на започване и свършване.

г) Да се създаде диаграмата на ГАНТ.

Задача 45. Дадена е матричната игра с платежна матрица:

	B_1	B_2	B_3
A_1	1,3	1,4	1,6
A_2	1,7	1,5	1,6
A_3	1,5	1,3	1,4

Има ли играта седлова точка? Ако има, коя е тя? Има ли оптимална стратегия за играчите? Ако има, кои са те? Каква е цената на играта?

Задача 46. Дадена е игра с природата. Играчът има три стратегии, а природата 3 състояния. В таблицата са дадени вероятностите на състоянията на природата и матрицата на печалбите. Намерете оптималната стратегия и цената на идеалния експерт.

	Π_1	Π_2	Π_3
	$Pr(\Pi_1) = 0,2$	$Pr(\Pi_2) = 0,4$	$Pr(\Pi_3) = 0,4$
A_1	300	350	100
A_2	250	300	400
A_3	200	250	300

2024